Prof. N. A'Campo Wintersemester 2000/2001

Übungen zur Vorlesung Infini I

2. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Eine ganze Zahl a heisst *gerade* wenn es eine ganze Zahl b mit $a = b+b$ gibt. Zeige, für ganze Zahlen u, v, dass das Produkt uv nur dann gerade ist, wenn u oder v gerade ist.

Aufgabe 2. Für ganze Zahlen u, v leite man aus $uu + uu = vv$ her $u = 0 = v$. Zeige, dass $\sqrt{2}$ keine rationale Zahl ist.

Aufgabe 3. Aussagen kann man Verknüpfen. Für Aussagen A, B zum Beispiel ist $A \Rightarrow B$ wieder eine Aussage, die nur dann falsch ist, wenn A richtig und B falsch ist. Zeige für Aussagen A, B, dass die Aussage $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ und die Aussage A *oder* B gleichzeitig richtig oder falsch sind. Ist die Verknüpfung $\Rightarrow$ von Aussagen assoziativ?

Aufgabe 4. Man verfüge über die Zeichen $(,), \Rightarrow, A, B$ nach belieben. Kann man dann eine Aussage zusammen bauen, die nur aus Zeichen $(,), \Rightarrow, A, B$ zusammengesetzt ist, zum Beispiel wie $B \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow A)$, und die, in was richtig oder falsch sein betrifft, mit der Aussage A *und* B übereinstimmt?

Aufgabe 5. Ist es möglich die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen zu Zerlegen: $\mathbb{Q} = U \cup V$, so, dass $U \cap V = \emptyset$ gilt, und so, dass für jedes Paar $a, b \in \mathbb{Q}$ mit $a < b$ ein $u \in U$ und ein $v \in V$ mit $a < u, v < b$ existieren? Kann man U als additive Untergruppe in $\mathbb{R}$ wählen?

Abgabe der Aufgaben 1-5 bis Donnerstag, den 16. November 2000.