Prof. N. A'Campo Wintersemester 2004/2005

Übungen zur Vorlesung Infini I

2. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Zwei Bäume (E, K) und (E', K') heissen *von gleicher Form*, wenn eine Bijektion $f : E \to E'$ existiert, derart, dass für $x, y \in E$ die Implikationen $(x, y) \in K \Rightarrow (f(x), f(y)) \in K'$ und $(f(x), f(y)) \in K' \Rightarrow (x, y) \in K$ gelten. Konstruiere drei Bäume mit fünf Ecken, die paarweise nicht von gleicher Form sind.

Aufgabe 2. Eine ganze Zahl a heisst *gerade*, wenn es eine ganze Zahl b mit $a = b + b$ gibt. Zeige für ganze Zahlen u, v: das Produkt uv ist nur dann gerade, wenn u oder v gerade ist.

Aufgabe 3. Für ganze Zahlen u, v leite man aus $uu + uu = vv$ her $u = 0 = v$. Für eine rationale Zahl r zeige: $rr \neq 2$.

Aufgabe 4. Aussagen kann man verknüpfen. Für Aussagen A, B zum Beispiel ist $A \Rightarrow B$ wieder eine Aussage, die nur dann falsch ist, wenn A richtig und B falsch ist. Zeige für Aussagen A, B, dass die Aussage $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ und die Aussage A *oder* B gleichzeitig richtig oder falsch sind. Ist die Verknüpfung $\Rightarrow$ von Aussagen assoziativ?

Aufgabe 5. Sei (E, K) ein Baum mit endlicher Eckenmenge E. Sei $n = \#E$. Eine Numerierung von (E, K) ist eine Bijektion $\phi : E \to \{1, 2, 3, \cdots, n\}$. Zwei Numerierungen ϕ, ψ von (E, K) heissen *ununterscheidbar*, wenn eine Bijektion $f : E \to E$ existiert, so dass $\phi = \psi \circ f$ gilt und dass für $x, y \in E$ die Implikationen $(x, y) \in K \Rightarrow (f(x), f(y)) \in K$ und $(f(x), f(y)) \in K \Rightarrow (x, y) \in K$ gelten. Bestimme die Form des Baumes (E, K), wenn (E, K) genau n paarweise ununterscheidbare Numerierungen hat.

Aufgabe 6. Sei (E, K) ein Baum mit endlicher Eckenmenge E. Sei $\#E \geq 3$. Zeige, dass (E, K) mindestens $\#E$ paarweise ununterscheidbare Numerierungen hat.