Übungen zur Vorlesung Geometrie
2. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei $A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ linear mit $A(\mathbb{Z}^n) = \mathbb{Z}^n$. Wir nehmen an, dass für $v \in \mathbb{R}^n$ die Teilmenge $\{A^k(v), k \in \mathbb{N}\}$ beschränkt ist. Zeige, dass die Eigenwerte von A komplexe Einheitswurzel sind.

Aufgabe 2. Ein Endomorphismus $A : V \to V$ eines $\mathbb{R}$-Vektorraumes heisst *zyklisch*, wenn für ein $v \in V$ die Teilmenge $\{A^k(v), k \in N\}$ den Vektorraum V aufspannt. Ist *zyklisch* eine topologische Eigenschaft?

Aufgabe 3. Sei $n > 2$. Kann ein A wie in Aufgabe 1 zyklisch sein?

Aufgabe 4. Finde Endomorphismen $A, B : R^2 \to R^2$ mit $A(Z^2) = B(Z^2) = Z^2$, die linear über Q konjugiert sind, aber derart, dass für jedes lineare $P : R^2 \to R^2$ mit $B = P^{-1} \circ A \circ P$ das Bild $P(Z^2)$ und die Teilmenge Z^2 nicht gleich sind.