Prof. N. A'Campo Fruehlingssemester 2010

Übungen zur Vorlesung Geometrie

4. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei X eine Menge. Zeige, dass auf X eine Topologie T existiert, derart, dass X ausgestattet mit T kompakt ist.

Aufgabe 2. Sei X eine nicht leere Menge. Zeige, dass man X mit einem Gruppengesetz ausstatten kann.

Aufgabe 3. Kann man die Menge $\mathbb{N}$ mit einer Topologie und einem Gruppengesetz austatten, derart, dass $\mathbb{N}$, so ausgestattet, eine kompakte topologische Gruppe ist?

Aufgabe 4. Sei $X \subset (\mathbb{R}^2)^6$ der Raum aller strikt konvexen ebenen Hexagons

$$(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6),\ A_i \neq A_j,\ 1 \leq i < j \leq 6,$$

die sowohl die Eigenshaft van Pascal wie die von Brianchon erfüllen. Zeige, dass X in $\mathbb{R}^{12}$ eine differenzierbare Untermannigfaltigkeit ist. Bestimme die Dimension.

Aufgabe 5. Sei gegeben: ein Blatt Papier, zum Beispiel vom Format $A4$, ein Stift und eine Regel. Auf dem Blatt sind gezeichnet zwei Geraden A, B und ein Punkt P. Wir nehmen an, dass A und B sich auf dem Blatt nicht schneiden. Konstruiere, ohne das Blatt zu verlassen, mit Regel und Stift die Gerade C durch P, die mit A und B konkurrent ist oder die zu A und B parallel ist.