Prof. N. A'Campo Herbstsemester 2008

Übungen zur Vorlesung Optimierung und Geometrie I

1. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Ein topologischer Raum X heisst lokal kompakt, wenn für jedes $p \in X$ eine kompakte Umgebung von p in X existiert. Sei D eine Metrik für X. Ist $B(p, r) := \{q \in X \mid D(p, q) \leq r\}, p \in X, r \in \mathbb{R}$ kompakt? Existiert für alle $p \in X$ ein $r_0 \in \mathbb{R}, r_0 > 0$, derart, dass für alle $r \in \mathbb{R}, 0 \leq r \leq r_0$, $B(p, r)$ kompakt ist?

Aufgabe 2. Ist ein Produkt von lokal kompakten Räume lokal kompakt?

Aufgabe 3. Ist ein lokal kompakter metrischer Raum vollständig?

Aufgabe 4. Sei (X, D) ein kompakter wegzusammenhängender metrischer Raum. Definiere die Länge eines Weges. Wir nehmen an, dass X wegzusammenhängend mit Wege endlicher Länge ist. Zeige, dass für $p, q \in X$ ein Weg, der p und q verbindet, minimaler Länge existiert. Sei $D_W(p, q)$ die minimale Länge. Zeige, dass D_W eine Metrik auf X ist. Sind (X, D) und (X, D_W) homöomorph?