Prof. N. A'Campo Herbstsemester 2008

Übungen zur Vorlesung Optimierung und Geometrie I

2. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei V ein reeller Vektorraum endlicher Dimension und mit Skalarprodukt q. Sei $||\,||_q$ die Norm zu q auf V. Sei B die konvexe Hülle von $O(q)$ in $\mathrm{End}(V)$. Ist B die Einheitskugel der Operatornorm auf $\mathrm{End}(V, ||\,||_q)$?

Aufgabe 2. Sei X kompakt. Zeige, dass $\{\pm\delta_p \mid p \in X\}$ die Menge der Extremalpunkte der Einheitskugel in $(C^0(X,\mathbb{R}))^*$ mit der Massenorm ist.

Aufgabe 3. Zeige, dass das Paar $(C^0(X,\mathbb{R}), ||\,||_{\mathrm{Max}})$ den topologischen Raum X bestimmt.

Aufgabe 4. Zeige, dass in $C^0(\mathbb{R},\mathbb{R})$ ein maximales Ideal nicht von der Form $\{f \in C^0(\mathbb{R},\mathbb{R}) \mid f(p) = 0\}, p \in \mathbb{R}$ existiert. Hinweis: Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge ohne Häufungspunkte in $\mathbb{R}$. Sei $I \subset \mathbb{C}^0(\mathbb{R},\mathbb{R})$ die Menge aller Funktionen $f \in C^0(\mathbb{R},\mathbb{R})$ derart, dass die Folge $(f(a_n))_{n\in\mathbb{R}}$ eine stationnäre Nullfolge ist. Ist I ein Ideal, ein Maximales Ideal?