Prof. N. A'Campo Herbstsemester 2008

Übungen zur Vorlesung Optimierung und Geometrie I

4. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei A der Raum aller stetigen Abbildungen von S^1 nach S^1. Wir statten A mit der Topologie der gleichmässigen Konvergenz aus. Wie viele Wegzusammenhangskomponenten hat A?

Aufgabe 2. (Fortsetzung). Für $t, s \in S^1$ sei $b(t, s) \in [0, \pi]$ die Bögenlänge von t nach s. Die Energie von $f \in A$ is das Supremum aller Ausdrücke:

$$\sum_{i=1}^{N} b(f(t_{i-1}), f(t_i))^2 / b(t_{i-1}, t_i)$$

wobei die Punkte $t_0, t_1, \cdots, t_N$ zyklisch in S^1 angeordnet sind. Bestimme in jede Zusammenhangskomponente von A eine Abbildung minimaler Energie.

Aufgabe 3. Zeige, dass die Gruppe $H^1(F, \mathbb{Z})$ für eine Fläche von Geschlecht g frei abelsch vom Rang $2g$ ist.

Aufgabe 4. Berechne $H^1(S^3 \setminus K, \mathbb{Z})$ wobei K ein Knoten ist.