Prof. N. A'Campo Herbstsemester 2008

Übungen zur Vorlesung Optimierung und Geometrie I

5. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Eine zusammenhängende Mannigfaltigkeit M der Dimension n heisst azyklisch, wenn die universelle Überlagerung von M zusammenziehbar ist. Sei M azyklisch. Sei $f : \S^k :\to M, k \in \mathbb{N}, k > 1$, stetig. Zeige, dass f homotop zu einer konstante Abbildung ist.

Aufgabe 2. Eine zusammenhängende kompakte riemannsche Mannigfaltigkeit M heisst hyperbolisch, wenn die Schnittkrümmung konstant -1 ist. Sei M kompakt und hyperbolisch. Zeige, dass M azyklisch ist.

Aufgabe 3. (Fortsetzung). Sei $f : T^2 \to M$ stetig. Hier $T^2 := \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$. Zeige, dass die von f induzierte Abbildung der Fundamentalgruppen nicht injektiv ist.

Aufgabe 3. Sei f nicht nullhomotop. Zeige, dass in T^2 eine Untergruppe H existiert mit T^2/H isomorph zu S^1 derart, dass die Einschränkung von f auf H nullhomotop ist.