Prof. N. A'Campo Herbstsemester 2008

Übungen zur Vorlesung Analysis

9. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei $||\,||_{\mathrm{E}}$ die Euklidische Norm auf $E := \mathbb{R}^2$. Für $P \in E$ sei $M_P := \{(A,B) \in E \times E \mid ||A||_E = ||B-A||_E = ||P-B||_E = 1\}$. Zeige, dass $M_P, P := (2,2) \in E$, eine Untermannigfaltigkeit in $\mathbb{R}^4 = E^2 = E \times E$ ist. Hinweis: $M_P = \phi_P^{-1}(1,1,1)$ wobei ϕ_P die differenzierbare Abbildung $(A,B) \in E \times E \mapsto \phi_P(A,B) = (||A||_E^2, ||B-A||_E^2, ||P-B||_E^2) \in \mathbb{R}^3$ ist.

Aufgabe 2. (Fortsetzung). Für welche $P \in E$ ist M_P eine Untermannigfaltigkeit in $E \times E$?

Aufgabe 3. (Fortsetzung). Sei $P = (5,0) \in E$ und $t \in \mathbb{R}$. Sei $F_{P,t} := \{(A,B,C) \in E^3 \mid ||A||_E = ||C-P||_E = 1, ||B-A||_E = ||B-C||_E = t\}$. Zeige für $t > 7$, dass $F_{P,t}$eine Untermannigfaltigkeit in E^3 ist. Zeige, dass $F_{P,t}, t > 7$, aus zwei Zusammenhangskomponenten besteht. Zeige, dass jede Komponente diffeomorph zum Torus $S^1 \times S^1$ ist.

Aufgabe 4. (Fortsetzung). Ist $F_{P,7}$ eine Untermannigfaltigkeit in E^3?

Aufgabe 5. Beschreibe die Fläche $F_{P,6}$.